



صِفَر



مصنف : ولیپ۔م۔سالوی

مترجم : پروفیسر طلعت عزیز

پہلا انگریزی ایڈیشن : 1988

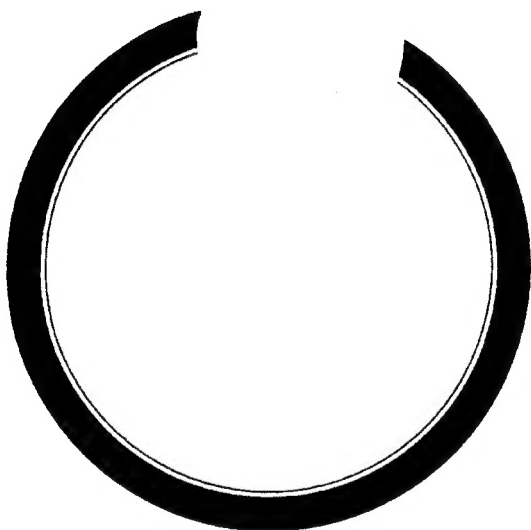
پہلا اردو ایڈیشن : مارچ 1999

تعداد اشاعت : 3000

© چلڈرن بک ٹرسٹ نئی دہلی۔

قیمت : 12.00 روپے

This Urdu edition is published by the National Council for Promotion of Urdu Language, M/o Human Resource Development, Department of Education, Govt. of India West Block-I, R.K. Puram, New Delhi, by special arrangement with Children's Book Trust and Bachchon Ka Adabi Trust, New Delhi and printed at Indraprastha Press (CBT), New Delhi.



مصنف : دلپدہ سالوی

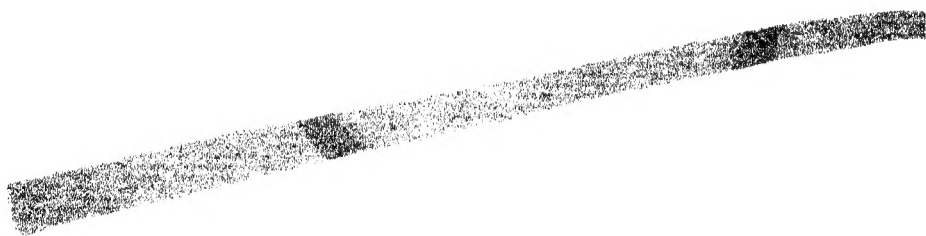
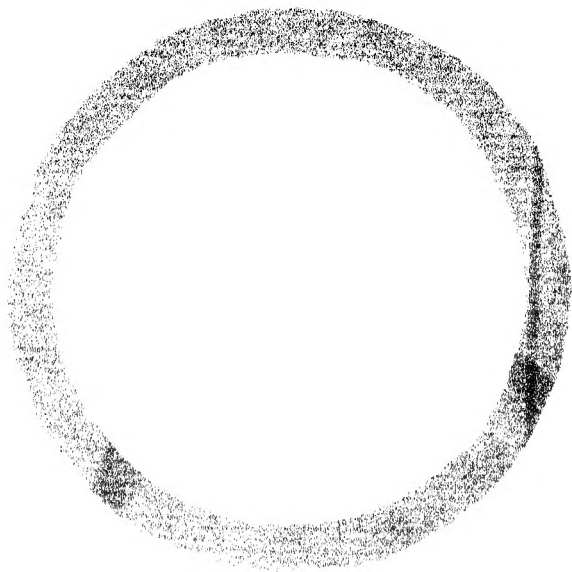
مصور : رما شرما

مترجم : پروفیسر طلعت عزیز

بچوں کا ادبی ٹرسٹ

قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان

چلڈرن بک ٹرسٹ



صفر! ارے نہیں!

اگر کسی کو امتحان میں صفر مل جائے تو وہ اتنی ہی حیرت سے کہے گا، اس کا مطلب ہوا کہ آپ کو کچھ بھی نہیں ملا، اس کے باوجود ذرا صفر کے بغیر آج کی اس نئی دنیا کا تصور کیجئے۔

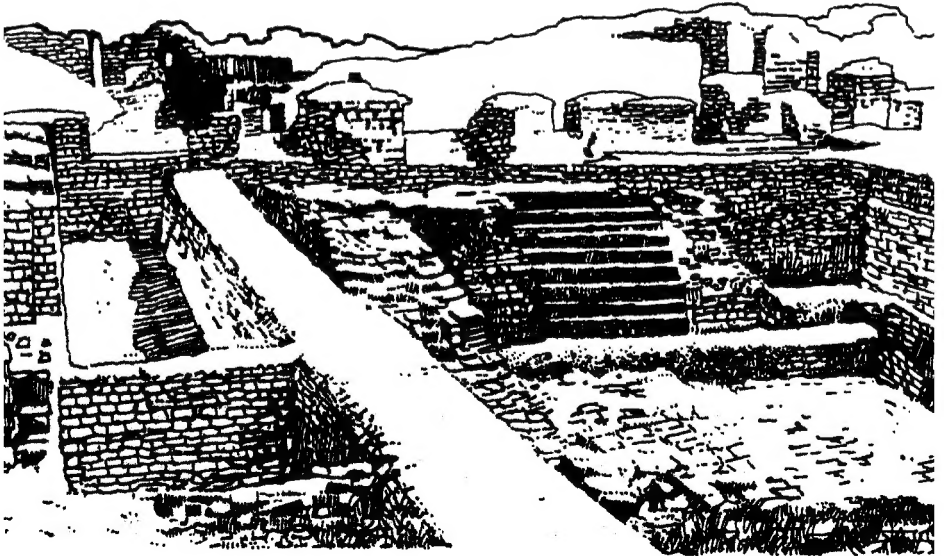
ایک آسان سی مساوات $ax^2 + bx + c = 0$ جو کسی مسئلے کو حل کرنے کے لیے استعمال کی جاتی ہے صفر کے بغیر ممکن ہی نہیں ہے۔ جسم کی حرارت یعنی گرمی یا کسی سواری کی رفتار معلوم کرنے کے لیے یا کچھ بھی ناپنے کے لیے بھی صفر کا حوالہ ضروری ہے۔ یہاں تک کہ سپر فاسٹ کمپیوٹر بھی اپنے کام کے دوران صفر کا استعمال کرتا ہے۔

صفر انسان کے ذہن کی کچھ ایسی بے مثال کمبوجوں میں سے ایک ہے جس کا فائدہ رہتی دنیا تک باقی رہے گا۔ اس کمبوج نے ریاضی کے علم کو مکمل کر دیا ہے جس میں اس کی کمی تھی۔ صفر نے اس علم کی ساری خوبصورتی، نزاکت، اہمیت، شان غرض ہر چیز کو ظاہر کر دیا ہے۔ شروع میں یہ مغرب کے بڑے بڑے سائنسدانوں کی نظر سے چوک گیا تھا لیکن جب سے یہ دریافت ہوا ہے اس نے سائنس اور ٹیکنالوجی کو ترقی کی آج کی حدوں تک پہنچا دیا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں کہ صفر کی دریافت کہاں ہوئی؟ ہندوستان میں۔ جی، یہ اس وقت شونیہ، کھلتا تھا۔ جیسے جیسے اس کا سفر دور دراز کے علاقوں میں پھیلا اس کے ناموں میں بھی تبدیلی آتی رہی اور اب یہ زیرو (صفر) کے نام سے ساری دنیا میں مشہور ہے۔ اس کی کہانی بڑی دلچسپ ہے۔

ہندوستان کے لوگ اس وقت سے ریاضی کے ماہر رہے ہیں جب نین ہزار سال قبل مسیح میں پرانے موہن جو دارو اور ہڑپا جیسے شہر پھل پھول رہے تھے۔ ان کی اینٹوں کی سڈول بناوٹ بالکل صحیح وزن اور ناپ اور شہر کا باقاعدہ منصوبہ یہ ساری چیزیں اس بات کا پتہ دیتی ہیں کہ ہندوستان کے لوگوں کے ذہن میں ریاضی کی کتنی جگہ تھی۔ قدیم ہندوستان میں ریاضی کو، جو گنت، یعنی جوڑ گھٹا کے نام سے پہچانی جاتی تھی، بڑی اہمیت حاصل تھی۔ ہندوؤں کی سب سے پاک مذہبی کتابوں ویدوں میں جتنے بھی علم موجود ہیں ان میں اس کی اہمیت سب سے زیادہ تھی۔ ہندوستانی ہند ہے جیسے ہم آج جانتے ہیں۔۔۔۔۔ 1، 2، 3، 4 وغیرہ "انک" (عدد) کہلاتے تھے جس کا مطلب "تھا نشان" یا تقسیم (کٹڑے) لیکن یہ تیس معلوم ہو سکا کہ یہ نشان کب مقرر کیے گئے تھے پھر بھی یہ بات تو آسانی سے کہی جاسکتی ہے کہ انہیں صفر کے نشان سے پہلے ہی لوگ استعمال کرتے تھے۔

وادی سندھ کی تہذیب کے کچھ آثار



اعداد کو دہائیوں میں گننے کا رواج جیسے ہم آج کل کرتے ہیں، "عشری" گنتی کا طریقہ کہلاتا ہے۔ یہ عدد عشری عدد کہلاتے ہیں۔ بادشاہ اشوک (372-232 قبل مسیح) کے زمانے میں جگہ جگہ لگائی گئی لاٹوں میں گنتی کا عشری نظام اور ہندسوں کے نشان نظر آتے ہیں۔ پھر بھی خیال یہی ہے کہ اس زمانے میں نشانوں کا استعمال چھوٹے عددوں کو ظاہر کرنے کے لیے کیا جاتا تھا۔ بڑے عدد الفاظ میں لکھے جاتے تھے مثلاً 1,000 کو سہاسرا، 10,000 کو "آویٹا"، 100,000 کو "سلاکشا"، 10,000,000 کو کوئی، وغیرہ وغیرہ۔ ہندسوں کے نام آس پاس نظر آنے والی روزمرہ کی زندگی میں کام آنے والی چیزوں کی بنیاد پر رکھے گئے تھے۔ جیسے زمین یا چاند "ایک" کو ظاہر کرتے تھے، آنکھیں، ہاتھ یا جڑواں چیزیں "دو" کو ظاہر کرتی تھیں، وغیرہ وغیرہ۔

کہا جاتا ہے کہ بڑے عددوں کے بارے میں سوچنا اور ان کے نام رکھنا قدیم ہندوستانی ریاضی دانوں کا محبوب مشغلہ تھا۔ بڑے عدد بنانے کے لیے وہ اپنے ہاتھوں کی انگلیوں کا استعمال کرتے تھے جیسے ایک ہاتھ میں پانچ انگلیاں ہیں اور دونوں ہاتھوں میں کل ملا کر دس انگلیاں ہوتیں۔ اس طرح ان کے گنتی کے نظام میں دہائی یا دہائی کی ضرب میں عدد ہوتے تھے۔ عدد کو دہائیوں میں ظاہر کرنے کا یہ نظام خواہ وہ ضرب ہو یا تقسیم "دہائی گنتی" یا عشری شمار کا نظام کہلاتا تھا۔ مثال کے طور پر $1/2$ کو ایسے بھی لکھ سکتے ہیں۔

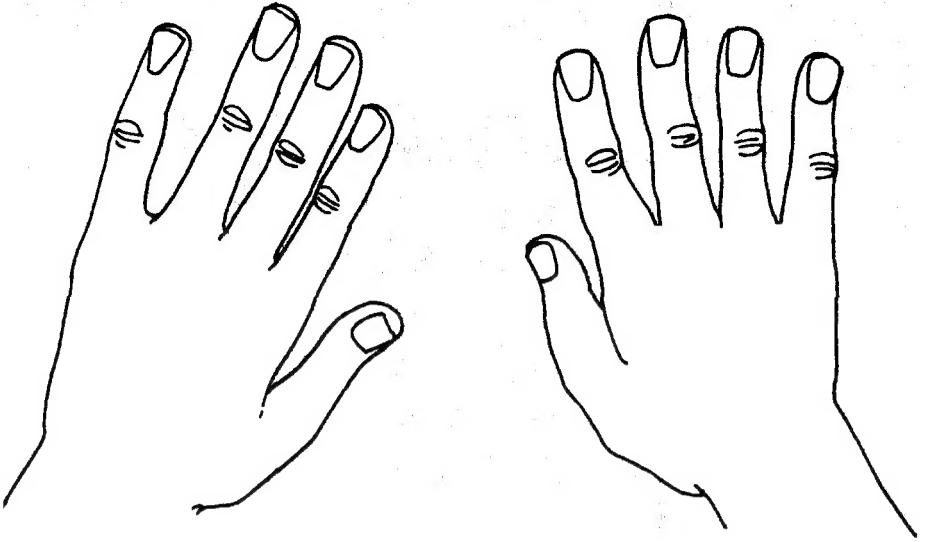
$$\frac{1 \times 10}{2 \times 10} = \frac{5}{10} = 0.5,$$

جہاں نقطہ عشری نشان (اعشاریہ کا نشان) ہے۔ اسی طرح

$$120 = 12 \times 10 \text{ اور } 15 \frac{67}{100} = 15.67$$

اس طرح ہندوستان میں گنتی کا عشری نظام شروع ہوا۔

اسی طرح اکائی، دہائی، سیکڑہ اور ہزار وغیرہ کی جگہ پر رکھے ہوئے کسی ہندسہ کی "مقامی قیمت" کا تصور



اس وقت شروع ہوا جب قدیم ہندوستان کے ریاضی دانوں نے عددوں کو الفاظ میں لکھنے کا کافی ذخیرہ جمع کر لیا تھا۔ اسی زمانے میں عددوں کا یہ نظام لکھنے میں بھی استعمال ہونے لگا۔ ہندسہ کی مقامی قیمت کو سمجھانے کیلئے ہم ایک عدد 7,456 کی مثال لیتے ہیں اس عدد کو دہائیوں میں اس طرح توڑا جاسکتا ہے۔

$$7,456 = 7 \times 10 \times 10 \times 10 + 4 \times 10 \times 10 + 5 \times 10 + 6$$

$$= 7 \times 1000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6$$

$$= 7000 + 400 + 50 + 6$$

دوسرے لفظوں میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ 7 کا مقام ہی ہے جو اس کی قیمت کو 7 ہزار بنارہا ہے۔ اسی طرح 4 کا مقام اسے 4 سو بنارہا ہے، اور 5 کا مقام 5 کو 50 بنارہا ہے وغیرہ وغیرہ۔ اس طرح ایک پورے عدد میں ہندسہ کا مقام ہی اس کی قیمت بتاتا ہے۔

ہندسہ کی مقامی قیمت کا حوالہ سب سے پہلے "گنی پران" میں ملتا ہے جو حضرت عیسیٰ کی پیدائش کے لگ بھگ سو سال بعد لکھی جانے والی قدیم ہندوستان کی ایک کتاب ہے۔ اس طرح قدیم ہندوستان کے ریاضی دان 10^{18} (دس کو 18 مرتبہ 10 سے ضرب کر کے حاصل ہونے والا عدد) جتنے بڑے عدد لکھ

سکتے تھے۔ جب کہ قدیم یونانی اور رومی ریاضی داں صرف 10^4 یعنی $10 \times 10 \times 10 \times 10$ اور 10^3 یعنی $10 \times 10 \times 10$ تک ہی گن سکتے تھے۔ رومیوں کا اعداد کو X, C, M اور I وغیرہ کے ذریعہ ظاہر کیا جانے والا ایک انتہائی مشکل اور پیچیدہ نظام انہیں ایک خاص عدد سے آگے گننے یا ہندسہ کی مقامی قیمت مقرر کرنے کی اجازت نہیں دیتا تھا۔

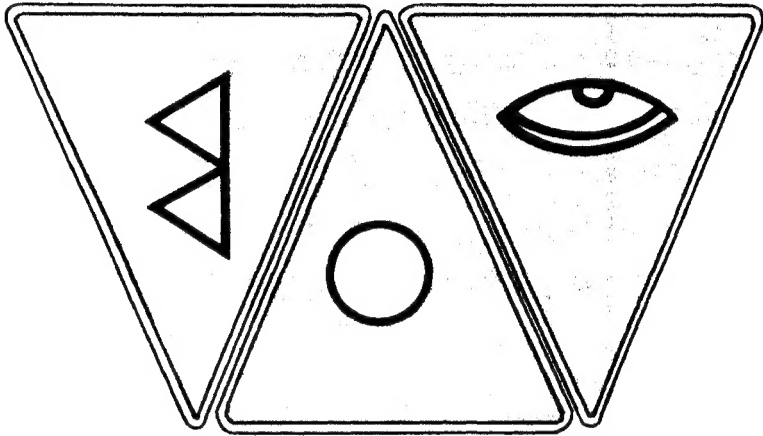
اگرچہ قدیم ہندوستان میں صرف پڑے لکھے لوگوں میں ہی یہ صلاحیت تھی کہ وہ عددوں کو گن سکیں اور حساب کتاب کر سکیں کیوں کہ عام انسان تو جاہل ہی سمجھا جاتا تھا پھر بھی ریاضی کو ایک قابل احترام مضمون سمجھا جاتا تھا اور یہ ایک ایسی روایت تھی جو اس سرزمین پر بدھ مذہب اور جین مذہب کے پھیلنے کے بعد بھی قائم رہی۔ بدھ مذہب کی تبلیغ کے ساتھ ہی ہندوستان کے ہندو چین اور جاپان میں بھی پھیل گئے۔ کچھ تاجر بھی مشرق میں دور دراز کے ملکوں میں بس گئے اور وہاں ہندوستان کے ہندسوں کو پھیلا یا۔

اس کے باوجود ریاضی ہندوستان میں اس وقت تک نہیں پھل پھول سکی جب تک کہ صفر کی دریافت نہیں ہوئی۔ عشری گنتی اور ہندسہ کی مقامی قیمت اس وقت تک نہیں سمجھی جاسکتی جب تک کہ صفر کو اس میں شامل نہ کر لیا جائے۔ صفر کے بغیر ہندسہ کی مقامی حیثیت بے معنی تھی۔ یہ صفر ہی ہے جس کی وجہ سے 206.26 اور 2006 سے مختلف ہو سکتا ہے۔ کسی عدد میں صفر کا مقام اس عدد کو نئے معنی پہناتا ہے۔ اس کی مدد سے حساب کتاب بھی آسانی اور روانی کے ساتھ کیا جاسکتا ہے۔

یہ تو پتہ نہیں چل سکا کہ صفر کی دریافت کس نے کب اور کہاں کی۔ البتہ یہ ضرور کہا جاسکتا ہے کہ ہندوستان کے لوگ عیسائی دور سے پہلے ہی صفر سے متعلق معلومات رکھتے تھے۔ ایک قدیم ہندوستانی بزرگ پنڈیٹ اور حکومت اور سیاسی معاملات کے ماہر کوٹلیانے اپنی کتابوں میں اس کا ذکر بار بار کیا ہے۔ پرانے زمانے میں صفر کو ایک دائرہ سے ظاہر کرتے تھے جس کے مرکز میں ایک نقطہ ہوتا تھا۔ سنسکرت زبان میں جو اس وقت رائج تھی اسے شیونیہ کہتے تھے جس کے معنی ہیں خلاء، یعنی جس میں

کچھ بھی نہ ہو۔ اس زمانے میں جب سنسکرت پورے ملک میں بولی جاتی تھی اس وقت بھی صفر کے مختلف نام تھے جیسے مکھا، لگن، آکاش، نابھ، انت، وغیرہ یہ تمام الفاظ آسمان کو ظاہر کرتے ہیں جو ایک ایسی خلاء ہے جس کی کوئی حد نہیں ہے

صفر کو لکھنے کا قدیم طریقہ



وسطی امریکہ کے مایا لوگوں نے بھی صفر کی دریافت کی تھی، لیکن وہ ہندوستانیوں کی طرح اعداد کے اتنے اصول نہیں جانتے تھے جو انھیں ریاضی کے ارتقاء یا پھیلاؤ میں مدد دے سکتے یہ بھی کہا جاتا ہے کہ بابل کے لوگ بھی صفر سے متعلق معلومات رکھتے تھے لیکن وہ بھی اسے ایک نشان کے طور پر استعمال نہیں کرتے تھے ان کے پاس موجود گنتارہ (مینیکیس) اس کے لیے ذمہ دار تھا۔ گنتارہ کو ایک کھلونے کی شکل میں آج بھی دیکھا جاسکتا ہے، جس میں ایک فریم میں اوپر نیچے تیلیاں لگی ہوئی ہوتی ہیں ان تیلیوں میں رنگین موتی پروئے جاتے ہیں۔ جنہیں آگے پیچھے کر کے، گنتی گنی جاتی ہے۔ جہاں صفر کو ظاہر کرنا ہوتا تھا وہاں یہ لوگ خالی جگہ چھوڑ دیتے تھے اس طرح بابل کے لوگ صفر کے بارے میں جانتے بھی تھے اور اس کا استعمال بھی کرتے تھے۔ لیکن اس کو ظاہر کرنے کا کوئی نشان انھوں نے نہیں بنایا تھا۔ جب وہ گنتارہ پر کیے گئے حل کو لکھتے تھے تو اس میں صفر شامل نہیں ہوتا تھا۔

ہندوستان میں گنتا نہ ہونے کی وجہ سے تاہر صفر کو کسی علامت یا نشان سے ہی ظاہر کرتے تھے لیکن ہندوستان کے ریاضی دانوں نے اس کی اہمیت کو فوراً محسوس کر لیا۔ اور اپنی حساب کتاب کی گنتی میں اس کا استعمال کرنے لگے۔ یوں تو ہندوستان کے ہندسے بھی اتنے ہی اچھے تھے جتنے یونان، بابل یا وسطی امریکہ میں دریافت کیے گئے ہندسے مگر یہ صرف صفر کی پہچان (نشان) اور عدد کی مقامی قیمت کی نفاذ ہی تھی، جس نے ان عددوں کو وہ قیمت یا اہمیت دے دی جس کا احساس بھی اب تک پیدا نہیں ہوا تھا۔

ابتدا میں صفر کی دریافت کسی عدد میں کچھ بھی نہیں، کو ظاہر کرنے کے لیے ہونی تھی۔ اگر کسی کے پاس سات آم ہیں اور وہ ساتوں آم کھالے گئے تو کچھ بھی نہیں، بچا۔ مرکزی امریکہ کے مایا لوگوں نے صفر کی کھوج اسی تصور کو ظاہر کرنے کے لیے کی تھی۔ یہ ہندوستانی ریاضی دانوں کی اختراع یا نیا پن تھا جس نے صفر کی اہمیت کو سمجھا اور اس کو ایک علیحدہ عدد تسلیم کیا۔ ان کی ذہانت اور سوچ بوجھ نے کچھ بھی نہیں، کو ایک باقاعدہ عدد کا مقام دیا۔ ملتان میں پیدا ہونے والے ایک ممتاز ریاضی داں برہم گپتا 660-598 نے اپنی کتاب ”برہما سوترا سہا جانتہ“ میں صفر کے استعمال کے اصول بتائے ہیں جن سے ظاہر ہوتا ہے کہ صفر بھی ایک باقاعدہ عدد ہے۔ آج اگرچہ یہ اصول بہت معمولی لگتے ہیں، لیکن ذرا سوچئے اس زمانے میں ان کی اہمیت کیا ہوگی جب پوری دنیا میں صفر کچھ بھی نہیں، تھا۔

برہم گپتا کا کہنا ہے کہ -----

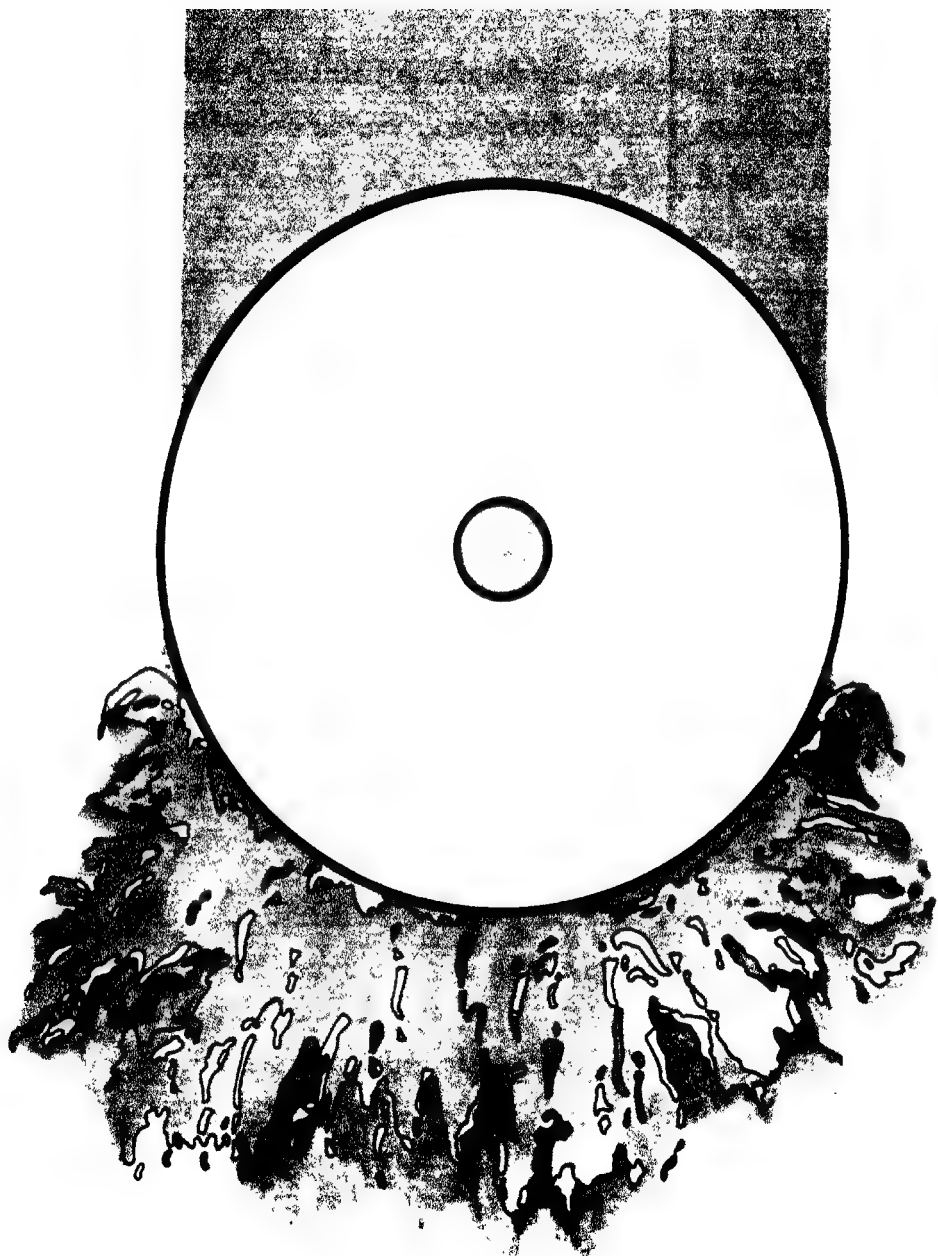
$$A + 0 = A, \text{ (جہاں } A \text{ کوئی بھی مقدار ہو سکتی ہے اور)}$$

$$A - 0 = A$$

$$A \times 0 = 0$$

$$A \div 0 = 0$$

بس کسی عدد کو صفر سے تقسیم کرنے میں برہم گپتا نے غلطی کر دی کیوں کہ کسی عدد کو صفر سے تقسیم کرنے پر لامحدود (ان فنی) نتیجہ سامنے آتا ہے۔ صفر نہیں۔



اس غلطی کو کچھ صدیاں گزر جانے کے بعد ایک اور ممتاز ریاضی داں بھاسکر 1185-1114 نے درست کیا۔ بھاسکر کرناٹک میں بیجاپور کے باشندے تھے۔ اپنی کتاب "لیلاوتی" میں بھاسکر نے بتایا کہ کسی عدد کو صفر سے تقسیم کرنے پر لامحدود مقدار (ان فنی) حاصل ہوتی ہے۔ یا ناقابل تقسیم خدا، یعنی ایسا خدا جس کے حصے نہ کیے جاسکیں۔ جس میں دنیا کے قائم ہونے اور تباہ ہونے کے دوران کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوگی۔

صفر کے وجود میں آنے کے بعد اب ہندوستانی ریاضی داں ایسے اعداد کے بارے میں سوچنے لگے جو صفر سے کم ہو سکتے ہیں اور اسی طرح منفی عدد جیسے -3 ، -2 ، -1 وغیرہ وجود میں آئے۔ ان کی وجہ سے الجبرا میں تیزی سے ترقی ہوئی اور الجبرا کی بہت ہی اعلا اور مشکل مساواتوں کا حل سامنے آیا۔ اسی کی وجہ سے علم فلکیات کو بھی فائدہ ہوا۔

پچھٹی صدی عیسوی سے دسویں صدی تک یعنی تقریباً چار سو سال تک ہندوستان دنیا میں علم ریاضی کا مرکز رہا اور "ہندوستانی ریاضی" (جیسا کہ یہ اس وقت کہلاتی تھی) کی شہرت دور دراز کے ممالک میں پھیل چکی تھی۔ 622 میں دریائے فرات (Euphrates) کے کنارے رہنے والے ایک سیرانی بشپ (پادری) سیورس سیبونخ، ہندوستانی ریاضی سے اس حد تک متاثر ہوئے کہ انھوں نے لکھا کہ "ہندوستانی طریقہ حساب بیان کی حدوں سے باہر ہے۔"

ریاضی کی شمع روشن ہو چکی تھی۔ اس کا استعمال علم نجوم (ستاروں کا علم) اور دوسرے مضامین میں بھی شروع ہو چکا تھا۔

گیارہویں صدی سے بھی پہلے ہندوستانی ریاضی کے اہم کارنامے عرب دنیا تک پہنچ چکے تھے جو اس وقت تک علمی میدان میں اپنے پیر مضبوطی سے جما چکی تھی۔

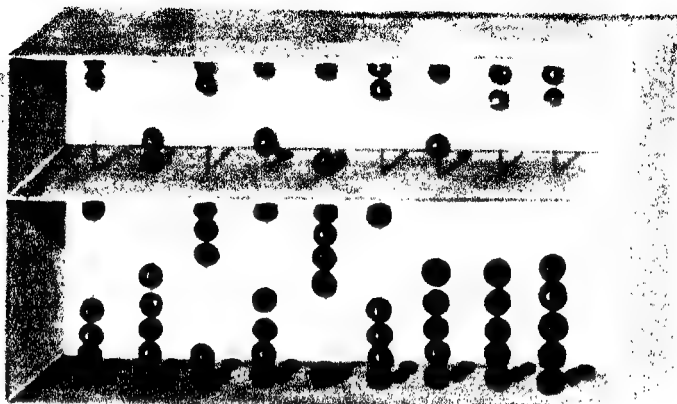
عرب تہذیب کے عروج کے ساتھ ہی، یونان اور ہندوستان کے درمیان تجارت شروع ہوئی۔

کبھی کبھی بڑے بڑے عالم بھی نئی سرزمین اور نئے علم کی تلاش میں تاجروں کے قافلوں کے ساتھ ساتھ چلتے تھے۔ آٹھویں صدی میں بغداد کے عرب حکمران خلیفہ المنصور کے زمانے میں کئی عالم اور سنہ ہندوستان سے علم نجوم، علم فلکیات، علم ادویہ (دواؤں کا علم) علم ریاضی سیکھنے کے لیے سندھ بھیجے گئے۔ ہندوستان کی بہترین کتابیں جن میں ریاضی بھی شامل تھی۔ بغداد لائی گئیں اور بہت سی کتابوں کا عربی میں ترجمہ بھی ہوا۔

قرطبہ، قرطابہ اور تالیڈو وغیرہ میں عربی کے علمی مرکز قائم ہوئے۔ لائبریریاں اور فلکیاتی رصدگاہیں (آیزرویریز) قائم کی گئیں اور ان مرکزوں پر سائنسی تصور اور علم کی شروعات ہوئی۔ عرب کے عالموں کا تعلق مقامی یورپی باشندوں سے قائم ہوا۔ یورپ کے رہنے والے ہمیشہ سے سائنس کے علوم کے لیے یونان کو ہی مرکز مانتے تھے اور عرب کے علم کی ان کے نزدیک کوئی اہمیت نہیں تھی۔ اس لیے بھی عرب کے لوگ ہندوستان سے سائنس کی کتابیں لے گئے تاکہ انھیں یہ بتا سکیں کہ یونان کے علاوہ بھی ایسے مقامات ہیں جہاں سائنس نے ترقی کی ہے اور وہ پھل پھول رہی ہے۔ اس طرح ہندوستانی اعشاریہ نظام، ہندسہ کی مقامی قیمت کا تصور اور مساوات عرب ممالک کے راستے ساری دنیا میں پھیلے۔

عربی ریاضی دانوں نے ہندوستانی نظام کو پڑھا اور صفر کے ساتھ ساتھ دوسرے ہندوستانی ہندسوں کا استعمال کرنے لگے۔ لیکن عربی میں ہندوستانی ریاضی کو شہرت دلانے والا بغداد کی المامون سائنسی اکادمی، کا ایک عرب عالم، ریاضی داں، خوارزمی (850-790) تھا۔ 830 تھا وہ ہندوستان آیا اور اس نے دیکھا کہ یہاں کے ریاضی داں بہت آسانی اور پھرتی کے ساتھ حساب کتاب کرتے ہیں۔ بغداد واپس جانے کے بعد اس نے اپنی مشہور کتاب ”حساب الجبر والمقابلہ“ (تکمیل اور مساوات کے لیے حساب) لکھی جس نے عرب ممالک کی توجہ حاصل کر لی اور اس طرح ہندوستانی عدد مشہور ہوئے۔ ”مہوتیہ۔“ ”الصفر، یا صفر، بن گیا۔ اس کتاب کی اہمیت کا اندازہ اس بات سے لگایا جاسکتا ہے کہ الجبر، آج الجبرا ہو گیا ہے۔

اسی دوران عربوں نے یہ محسوس کیا کہ ہندوستانی ہند سے جن میں صفر اور ہندسہ کی مقامی حیثیت بھی شامل ہے، ایک ایسا علم ہے جس سے یونانی واقف نہیں ہیں۔ اس لیے وہ بہت احتیاط کرنے لگے۔ یہاں تک کہ کوئی یورپی یا غیر مسلم عربوں کی دانش گاہوں میں داخل نہیں ہو سکتا تھا۔ اس کی



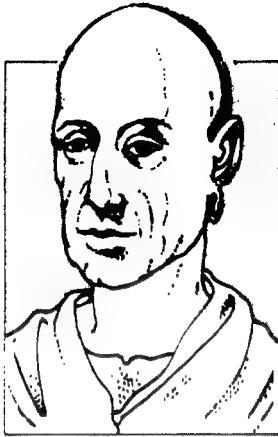
ابیگس

وجہ سے یورپ کے لوگوں میں تجسس بڑھا اور بارہویں صدی میں ایک پادری ایڈیلارڈ آف باتھ مسلمان کے بھیس میں قریبہ کے ایک ادارے میں داخل ہو گیا۔ بعد میں اس نے ہی خوازمی کی کتاب کا لاطینی زبان میں ترجمہ کیا۔ اس لاطینی ترجمہ نے انگلینڈ میں ہندوستانی ہندسوں کو، جو اس وقت عربی ہند سے کھلتے تھے۔ یورپی ریاضی دانوں میں پھیلایا۔

اسی دوران ایک فرانسیسی نے جس کا نام گرہٹ تھا (1003-940) اور جو ایک سیاستدان ہونے کے ساتھ ساتھ کسی حد تک ماہر ریاضی بھی تھا۔ (پوپ سلوسٹر دوم) اس نے اپنے ایک سفر کے دوران ”عربی ہندسوں کی شہرت“ اس کے دماغ پر یہ ہندسے ایسے چھائے کہ اس نے بعد میں یورپ کے لوگوں کو یہ علم سکھانے کی بھی کوشش کی۔

دوسرے بڑا عظیموں میں تصورات





بھاسکر

(1185 - 1114)

ایک قدیم ہندوستانی ریاضی دان اور ماہر
فلکیات یہ پہلے شخص تھے جنہوں نے یہ
دعویٰ کیا تھا کہ کسی ہی عدد کو ستر سے تقسیم
کرنے سے وہابی ان قطعی قیمت
ہوتی ہے۔ اور کسی نمبر کو وہابی قیمت سے
م ضرب کرنے پر بھی وہابی قیمت ہی حاصل
ہوتی ہے۔ یہ اپنی کتاب سرمدانہ سروتنی کے
لیے مفسر ہیں۔ انہوں نے ایک لکھا نظریہ
پیش کیا تھا جس کے استعمال سے ماہر فلکیات
سیاروں کی گردش کا پتہ لگ سکتا تھا۔





الخوارزمی
(790 - 830)

ایک مشہور عرب ریاضی دان اور
ہندوستانی ریاضی دانوں پر
کا کام "حساب المبرور الطالعہ"
بت اہمیت کا حامل ہے۔ انھوں
نے ہندوستانی حساب کے
ترجمہ کی بنیاد پر فلکیاتی جدول کا
ایک سیٹ تیار کیا تھا۔



لیونارڈو فیبوناچی
(1170 - 1230)

اٹلی کے ایک ریاضی دان
یورپ کے ایک مشہور ریاضی دان
ان کا سب سے مشہور کام "لیبراچی" ہے
جس کی مدد سے عربی ہندسے
یورپ میں پہنچے گئے۔

وہ ریاضی دان جس نے ہندوستانی ہندسوں کو یورپ میں پھیلانے میں اہم کردار ادا کیا وہ لیونارڈو ڈاؤنسا تھا جو لیونارڈو فیبوناچی (1170 - 1230) کے نام سے مشہور تھا۔ وہ الحیریا میں بوگی نام کی ایک جگہ کے کسی گودام کے افسر کا بیٹا تھا۔ اس کے بچپن میں ایک عرب نے اسے ہندوستانی ہندسے سکھائے تھے۔ اپنی نوجوانی میں اس نے مصر، یونان اور اٹلی وغیرہ کے دورے بھی کیے اور وہاں کے تاجروں اور عالموں سے ملاقات کر ریاضی کے جتنے بھی نظام اس نے دیکھے ان میں ہندوستان کے اعداد کا نظام اور ہندسہ کی مقامی حیثیت کے نظام سے وہ سب سے زیادہ متاثر ہوا۔ اسے یہ بات اچھی لگتی

تھی کہ وہ بہت آسانی کے ساتھ ان ہندسوں کو کاغذ پر استعمال کر سکتا تھا۔ اس نے یہ سمجھ لیا تھا کہ اس طرح حساب کرنا بہت آسان ہو جاتا ہے کیوں کہ اس میں کسی گنتہ یا گنتی کے بورڈ یا کسی اور میکانیکی طریقہ کی ضرورت نہیں ہوتی، جب کہ دوسرے نظام کے ہندسوں میں ان کی ضرورت محسوس ہوتی تھی۔

1202 میں فیبوناچی نے لاطینی زبان میں ہندوستانی ہندسوں پر ایک کتاب لکھی جس کا نام تھا "ملبراسی" (حساب کرنے کی کتاب) اس نے یورپی ریاضی دانوں سے یہ ہندسے اور اعداد استعمال کرنے کی پرزور سفارش کی۔ اس زمانے میں یورپ میں ریاضی پڑھنے کا کوئی رواج نہیں تھا۔ صرف خانقاہیں ہی ایسی جگہ تھیں جہاں اس علم کی معلومات کچھ لوگوں کو تھی اور اس کا استعمال صرف لیسٹر کی تاریخ معلوم کرنے کے لیے کیا جاتا تھا۔ اس لیے فیبوناچی کی کتاب اگلی دو صدیوں کے لیے ریاضی پر ایک معیاری کتاب سمجھی جاتی رہی۔

اس کی وجہ سے یورپ کے لوگوں میں ریاضی سے دلچسپی پیدا ہوئی۔ اسی کی وجہ سے آگے چل کر سائنس اور ٹیکنالوجی میں ترقی ممکن ہو سکی۔ عربی زبان کا صفر (ایرو) لاطینی زبان میں "نصفیرم" بن گیا۔ جوں جوں یہ یورپ کے دوسرے ممالک میں پھیلتا گیا اس کے مقامی نام بنتے چلے گئے۔ اس طرح یہ نصفیرم سے زینیرو، زیپرو، ازفرا، زلفرو، صینیرو، صائفرو وغیرہ بنتا چلا گیا۔

ان تاجروں کو جو رومن ہندسوں سے واقف تھے شروع میں ہندوستانی ہندسے سیکھنے میں دشواری پیش آئی۔ وہ صفر کی اہمیت اور کردار کو اور ساتھ ہی ہندسہ کی مقامی حیثیت کو نہیں سمجھ سکے اعلیٰ درجہ کے عالم بھی اس کے نئے پن کو سمجھنے میں ناکام رہے۔ سب یہی سمجھتے تھے کہ ان ہندسوں کو استعمال کرنا ایسا ہی ہے جیسے آپ کوئی نئی زبان سیکھ رہے ہوں۔ اکثر یورپین ان ہندسوں کو تباہ پاک ہندسے کہہ کر مخاطب کرتے تھے کیوں کہ وہ یہ سمجھتے تھے کہ یہ ہندسے عرب میں شروع ہوئے ہیں۔ یورپ کے لوگ اس زمانے میں عربوں کو لمبہ (ناپاک) (خدا کو چھوڑ دینے والے) لوگ سمجھتے تھے۔

کیوں کہ انھوں نے فلسطین کے مقدس مقام پر حملہ کیا تھا۔

یورپ کے کچھ لوگوں کا خیال تھا کہ یہ ہند سے کوئی "خفیہ زبان" ہیں اور یہ انہیں استعمال کرنے کو "صفرنگ" کہتے تھے اس طرح آج بھی کسی "خفیہ اشارے" کو کھولنے کے لیے انگریزی زبان میں "ڈی صفرنگ" (ڈی صانفرنگ) کا لفظ استعمال کیا جاتا ہے۔ ان کے خیال میں خفیہ زبان کی کجی صفر تھی۔ بہر حال حساب کتاب کو آسان کرنے کے علاوہ ہندوستانی ہندسوں کی مدد سے ستاروں کی گردش کا حساب رکھنے اور ان کی مدد سے سمتوں کا بالکل درست اندازہ لگانے میں ہندوستانی ریاضی مددگار ثابت ہوئی۔ اسی کی بدولت سمندری سفر بڑھ گئے اور مختلف ممالک کے دوران تجارت بھی شروع ہوئی۔ 1299 میں یہ ہندوستانی اعداد عربی یورپ کے تجارتی مرکز اٹلی کے فلورینس جیسے خوشحال شہر میں اتنے مقبول ہوئے کہ ایک خاص قانون کے ذریعہ تاجروں اور بینک میں کام کرنے والوں پر ان کے استعمال کے سلسلے میں پابندی لگادی گئی۔

بارہویں اور تیرہویں صدی کے دوران ہی صلیبی جنگیں (کروسیڈ) شروع ہوئیں۔ یورپ کے لوگوں نے عربوں کے قبضہ سے حضرت عیسیٰ کی مقدس سرزمین واپس لینے کے لیے یہ جنگی جہازیں شروع کیں۔ فلسطین جانے کے لیے یورپی سپاہیوں کو بحر روم پار کرنا پڑتا تھا اور واپسی میں یہ اکثر اپنے ساتھ ہندوستانی ریاضی کا علم لے کر واپس آتے تھے۔

1453 میں ترکوں نے بازنطینی سلطنت پر فتح حاصل کر لی تھی اور قسطنطنیہ پر بھی قبضہ کر لیا۔ بہت سے عالم شہر چھوڑ کر یورپ کے دور دراز کے علاقوں میں بس گئے۔ وہ اپنے ساتھ دوسرے تمام علوم کے ساتھ ہی ہندوستانی علم بھی لے گئے اور اس طرح یورپ میں نشاۃ ثانیہ (نئی روشن زندگی) کا دور شروع ہوا۔

پندرہویں صدی کے نشاۃ ثانیہ کا ایک اہم پہلو چھاپہ خانہ کی ایجاد بھی ہے جس کی مدد سے ہندوستانی اعداد یورپ میں پھیلے۔ 1478 میں وینس، اٹلی میں ایک کتاب چھپی جس میں صفر سے



سٹیون کاپرکس
(1548 - 1620)

پولیڈ کے باہر کلیتہً انھوں نے یہ
دیافت کیا کہ بلیوس کا یہ تصور کہ
سندھ زمین کے چادوں طرف گردش کرتا
ہے غلط تھا اور اس کے ساتھ ہی پریٹ کا
یہ بھی کہ زمین کاحیات کا مرکز ہے یہ
بھی غلط تھا انھوں نے بتایا کہ زمین
اور دوسرے سیارے سندھ کے گرد
گردش کرتے ہیں۔



گلیلی گلیلی
(1564 - 1642)

اچھی کے باہر ریاضی دان اور باہر
کلیت کے ساتھ ساتھ یہ باہر
طبیت بھی تھے گلیلیو وہ پہلے شخص
تھے جنھوں نے سمجھنا کا سلسلہ
کرنے کے لیے دوربین کا استعمال
کیا۔ انھوں نے سس مرکز نظریے کی
تائید میں یہ دعویٰ پیش کیا کہ زمین
سندھ کے گرد گھومتی ہے۔

متعلق یہ بات کہی گئی۔۔۔ "0 کو صفر دیا۔" نلا، کہا جاتا ہے، یعنی کچھ نہیں، کو ظاہر کرنے والا نشان۔۔۔
اس کی اپنی کوئی قیمت نہیں ہوتی لیکن جب اسے دوسرے اعداد کے ساتھ ملا دیا جاتا ہے تو یہ ان کی
قیمت بڑھا دیتا ہے۔۔۔"

مختصر یہ کہ صلیبی جنگوں اور چھاپہ خانہ کی ایجاد کی بدولت صفر سمیت ہندوستانی ہندسے یورپ
میں تیزی سے پھیلے۔

ہندوستانی اعداد پہلے اسپین میں داخل ہوئے پھر اٹلی، فرانس، انگلینڈ اور جرمنی میں پھیلے سولہویں
صدی کے آخر تک گنتا رہے اور دوسرے تمام میکائیکی طریقے چھوڑ کر صرف ہندوستانی اعداد ہی مکمل طور

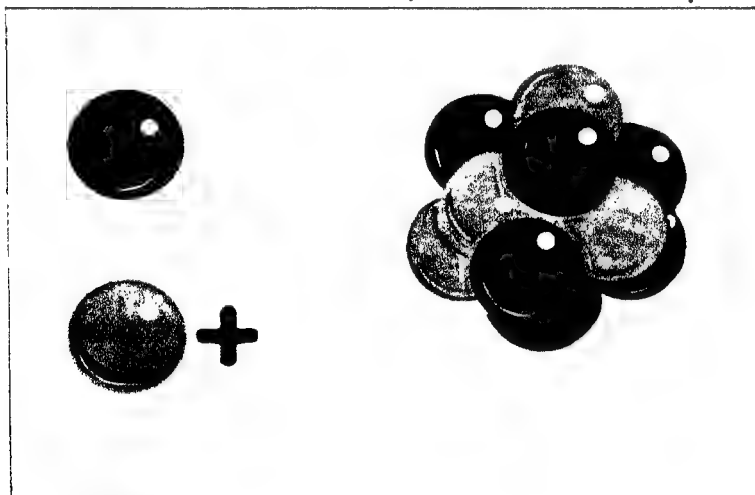
پر اختیار کر لیے گئے۔ ان عددوں نے پورے یورپ پر اپنی پکڑ پوری طرح مضبوط کر لی۔ دراصل یہ ان کا استعمال ہی تھا جس نے سائنس اور ریاضی کی تاریخ کے رخ کو ایک اہم موڑ دیا۔ یہاں تک کہ ایک ممتاز فرانسیسی ریاضی داں پے لیلیس (1827-1749) کو اس بات پر حیرت تھی کہ ان ہندسوں کی ایجاد ارشمیدس اور اپولونیس جیسے ذہین لوگوں سے کیے چوک گئی جو قدیم یونان کی دو ممتاز شخصیتیں تھیں۔ اسے اس بات کا بے حد افسوس بھی تھا کہ اگر ان یونانی سائنس دانوں نے ہندسوں کی ایجاد کر لی ہوتی تو سائنس اس سے کہیں زیادہ ترقی کر چکی ہوتی جتنی اس کے اپنے زمانے تک کی تھی۔ بہر حال ہندوستانی ہند سے جیسے ہی یورپ میں داخل ہوئے انھوں نے مح صفر کے اپنی اہمیت ثابت کر دی۔

1543 میں پولینڈ کے ایک راہب اور ماہر فلکیات نکلوس کاپر نیکس (1543-1473) نے ایک نظریہ پیش کیا کہ زمین اور دوسرے سیارے سورج کے گرد بیضوی (انڈے کی سی گولائی والے) راستوں پر گردش کرتے ہیں۔ یہ نظریہ اس زمانے کے رائج نظریہ کے خلاف تھا جس کے مطابق سورج اور دوسرے سیارے زمین کے چاروں طرف گھومتے ہیں۔ کاپر نیکس نے پہلے سیاروں کی گردش کا مطالعہ کیا اور پھر ریاضی کی مدد سے اپنے نظریہ کے مطابق اس نے سیاروں کی گردش کے بارے میں پیش گوئی بھی کی۔ جب اس کی یہ پیش گوئیاں ثابت ہو گئیں تو اس کے نظریہ کو بھی مان لیا گیا۔ اس نظریہ نے سائنس کی دنیا میں ایک انقلاب پیدا کر دیا کیوں کہ ریاضی کی مدد سے آسمان کے بارے میں بنیادی سچائی پہلے بار سامنے آئی تھی۔ (پانچویں صدی میں آریہ بھٹ نے بھی یہ نظریہ پیش کیا تھا کہ زمین گول ہے اور اپنی ہی کیلی پر گھومتی ہے) آگے چل کر ڈچ ماہر فلکیات جون کپلر (1630-1571) نے بھی ریاضی کی مدد سے وہ قانون پیش کئے جن سے سیاروں کی گردش کا تعین ہوتا ہے۔ لیکن جب تک گلیلو گلیلی (1642-1564) نے پيسا کے لیننگ ٹاور (جنگلے مینار) سے گرنے والی چیزوں کے متعلق اپنے مشہور تجربات نہیں کیے اس وقت تک یورپ میں ریاضی کو قدرت کے اصولوں کے سمجھنے کے لیے ایک اہم آلہ کار حیثیت سے قبول نہیں کیا گیا۔

الجبرا کی ترقی کے ساتھ ہندوستانی اعداد نے جن میں صفر بھی شامل تھا، سائنسدانوں کو یہ موقع

فراہم کر دیا کہ وہ قدرتی اصولوں کے مطالعہ میں مقدار کے پیمانے استعمال کر سکیں۔ آئزک نیوٹن (1642-1727) نے کشش ثقل اور حرکت کے قانون سے متعلق اپنے تجربات کرنے کے لیے کیکولس کی ایجاد کر کے سائنسی تجربات میں ریاضی کے کردار کو مزید بڑھاوا دیا۔ دراصل ریاضی سائنس کے مطالعے کے لیے ایک کسوٹی بن گئی اور اس کی یہ حیثیت آج بھی قائم ہے۔

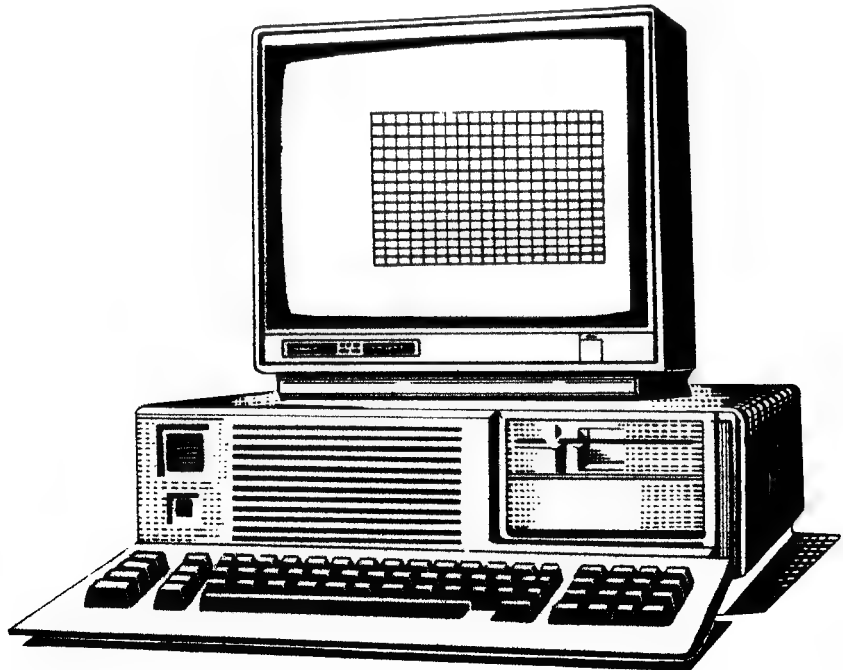
اسی دوران صفر نے تمام سائنسی ناپ تول میں حوالے کے حیثیت حاصل کر لی۔ کوئی بھی آلہ یا ناپنے کا کوئی طریقہ چاہے وہ "وولٹ پیمہ، ہو یا مائکرو اسکوپ" صفر کے بغیر ناپ ہی نہیں سکتا۔ انیسویں صدی کے ابتدائی دور میں جب "برقیاتی دور" شروع ہوا صفر اور اس سے حاصل ہونے والی منفی اور مثبت قدروں کو ایک نئے معنی اور حیثیت ملی۔ منفی اور مثبت برقی رو اور کرنٹ ایسی ضرب المثلیں سی بن گئیں کہ ان کے وجہ سے پہلے بجلی اور پھر الٹرونکس میں ترقی ہوئی۔ موجودہ صدی کے ابتدائی دور میں منفی اور مثبت رو رکھنے والے ذرات جیسے الیکٹرون اور پروٹون، نیوکلیر فزکس اور پھر پارٹیکل فزکس کے بنیادی ذرات بن گئی۔ یہاں تک کہ جدید فزکس نے "مادہ" اور "حریف



اسٹم کے مرکز میں مثبت چارج والے پروٹون ہوتے ہیں اور نیوٹرون ہوتے ہیں جن پر کوئی چارج نہیں ہوتا۔

مادہ“ (میٹر اور اینٹی میٹر) کا دل کش تصور پیش کیا جس کی بنیاد صفر ہے۔ مادہ اور حریف مادہ بالکل منفی اور مثبتی اعداد کی طرح ہیں۔ اگر مادہ اور حریف مادہ آپس میں ملیں تو وہ ایک دھماکے کے ساتھ شمعوں کے دھوئیں کی شکل میں تبدیل ہو جائیں گے اور ہر چیز ناپید اور تباہ ہو جائے گی۔ اسی وجہ سے آج یہ بھی سوچا جاسکتا ہے کہ ہماری یہ کائنات کس طرح ایک زبردست دھماکے کے ذریعہ وجود میں آئی ہے (بگ بینک تھیوری کہتے ہیں۔ یہ صرف اس وقت ہی ممکن ہو سکا جب وقت اور خلا صفر ہو گئے۔

اسی دوران ہندوستانی اعداد نے جن میں اب صفر بھی شامل ہے، یورپی سائنس دانوں جیسے بلیز پاسکل، چارلس بیسج وغیرہ کو حساب کتاب کرنے والی مشین بنانے پر اکسایا۔ یہ ان عددوں کو گننے اور میکانیکی انداز سے جدول کی شکل میں لانے کی صلاحیت ہی تھی جس کی وجہ سے ایسی مشین تیار ہو سکی۔ یہاں تک کہ موجودہ دور کے کمپیوٹر بھی، جو اعشاریہ ریاضی کے بدلے ثلوی ریاضی پر کام کرتے ہیں الیکٹرونکس کی نسل سے ہی تعلق رکھتے ہیں۔۔۔



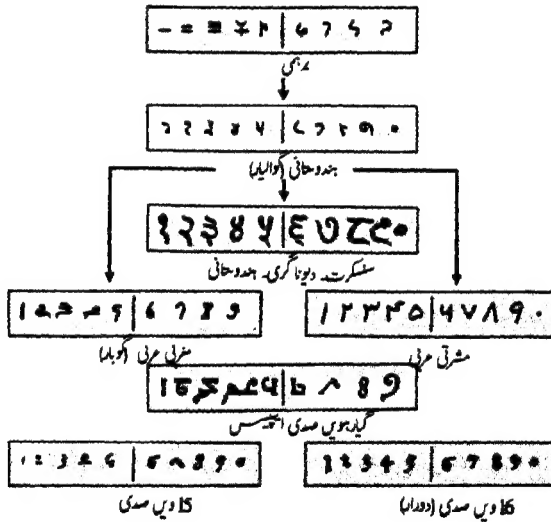
جس طرح اعشاریہ ریاضی میں دس ہندسوں کا استعمال ہوتا ہے اسی طرح ثلوی ریاضی میں صرف دو ہندسوں 0 اور 1 کا ہی استعمال ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر ثلوی ریاضی میں 2 کو 10 سے ظاہر کرتے ہیں 3 کو 11 سے 16 کو 10000 سے 29 کو 11101 سے وغیرہ وغیرہ۔

حقیقی شمولیت کے علاوہ صفر ایک "تصور" کی حیثیت سے سماجی علوم اور انجینئرنگ میں بھی داخل ہو گیا۔ "صفر شرح پر آبادی" میں اضافے سے مراد ایک وہ ٹھہری ہوئی آبادی ہے جہاں پیدائش اور موت کی شرح برابر ہو۔ ایک "صفر خرابی" والے آلے کا مطلب ہے کہ اس آلہ کو استعمال کرنے میں کوئی پریشانی نہیں ہوگی وغیرہ وغیرہ۔ دراصل کسی بھی چیز یا مضمون کا تفصیلی جائزہ لینے کے بعد ہی صفر کی موجودگی یا اہمیت کو دیکھا جاسکتا ہے۔ اس نے زمین کے چاروں طرف ایک جال سا پھیلا دیا ہے اور پوری کائنات کو اپنے اندر سمیٹ لیا ہے۔ یہ اپنا کام وہاں بھی مستعدی سے کر رہا ہے، جہاں خلائی جہاز دور دراز کے سیاروں تک پہنچ کر اجنبی تہذیبوں تک۔ اگر وہ کہیں موجود ہیں تو ہماری موجودگی کا اعلان کر رہے ہیں۔ ہمارے لیے یہ کوئی تعجب کی بات نہ ہوگی اگر ہماری ہندوستانی ایجاد، شکل نہ سی تو تصور کے روپ میں ہمارے پاس اجنبی تہذیب کے کسی پیغام کے ایک حصہ کی شکل میں واپس آئے۔ آخر یہ صفر ہے کیا؟ کیا صفر جیسی کوئی چیز اس کائنات میں موجود ہے؟ نہیں، یہاں تک کہ خالی نظر آنے والی جگہ میں بھی، ہوا ہے، اس میں کچھ نہیں، نہیں ہے۔ باہری خلا میں بھی ایسا نہیں ہے کہ کچھ بھی نہیں، ہو۔ قدرت خلا کو نفرت کی حد تک ناپسند کرتی ہے، اسی لیے صفر کو بھی پسند نہیں کرتی۔ یہ حرف صرف ذہن میں ہی پایا جاتا ہے، یہ ذہن کی ہی اختراع ہے۔ لیکن جیسا کہ ہم اوپر دیکھ چکے ہیں اس کی مدد سے سائنس اور ٹیکنالوجی نے بے انتہا ترقی کی۔ اور اسی سے قدیم ہندوستان کی ذہانت کا پتہ چلتا ہے۔

اگر ہم غور کریں تو صرف کچھ بھی نہیں، نہیں ہی۔ دوسرے ہندسوں کی طرح یہ بھی ایک ہندسہ ہے جس کا استعمال بھی کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر آپ کا کوئی بینک اکاؤنٹ نہیں ہے تو آپ یہ نہیں کہہ سکتے کہ بینک میں آپ کے پاس صفر روپے ہیں۔ جب تک آپ کا بینک اکاؤنٹ نہ ہو اور آپ نے اس میں سے سب پیسے نکال نہ لیے ہوں آپ یہ نہیں کہہ سکتے کہ آپ کے بینک میں صفر روپے ہیں۔ کبھی کبھی بجلی کے دفتر سے جہاں کمپیوٹر کا استعمال کیا جاتا ہے، بجلی استعمال کرنے والے کے پاس "صفر" بجلی مل، آجاتا ہے۔ یہ اس لیے ہوتا ہے کہ کچھ حساب کرنے کے بعد بتایا صفر سامنے آتا

ہے ہم یہ بھی دیکھ چکے ہیں کہ صفر کسی عدد کے ساتھ لے کر صرف صفر نہیں رہتا جیسے اگر اس کو 100 کے ساتھ جوڑ دیا جائے تو یہ ہزار (1000) بن جاتا ہے اور 128 کے ساتھ ملایا جائے تو 1208 یا 1028 ہو جائے۔ یہ اس پر منحصر ہے کہ عدد میں صفر کا مقام کیا ہے؟

مختصر یہ کہ ایک ایسا عدد جس کے اندر حیرت انگیز صلاحیت موجود ہے۔ یہ حیرت انگیز چیزیں دکھانا رہا ہے اور آئندہ بھی دکھاتا رہے گا۔ بہت ممکن ہے جب قدیم ہندوستان کے ریاضی دانوں نے اسے کوئی شکل دی تھی تو ایک دائرہ کے اندر ایک نقطہ بنایا تھا جیسے کسی نہایت وسیع چیز کی حد بندی کر دی ہو یا اس کو قید کر دیا گیا ہو۔ ہر حال وہ اس کی انتہائی صلاحیتوں کو جانتے ضرور تھے۔



ہندسوں کا فن

